

满足直飞限制二维航迹规划方法研究

涂吉林, 丁明跃, 周成平

(华中理工大学图像识别与人工智能研究所, 国家教委信息处理与智能控制开放实验室, 武汉 430074)

摘要: 本文首先对飞行器航迹规划过程中带直飞限制的二维航迹规划问题进行了探讨. 为解决这一问题, 提出将二维航迹简化为由直线段与圆弧段组成的规则航迹, 并给出航迹相切点的定义. 在此基础上, 给出了一种满足直飞限制的二维航迹规划方法. 实验证明, 该方法所规划出的航迹不仅很好地满足转弯半径限制, 而且能够保证飞行器直飞通过相切点, 从而为飞行器进行匹配导航、航空摄影等应用提供了便利.

关键词: 转弯半径; 相切点 TPs; 航迹规划

中图分类号: TN961 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2000) 03-0087-03

Research on 2D Route Planning Approach Constrained for Straight-Flight

TU Ji-lin, DING Ming-yue, ZHOU Cheng-ping

(Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: Straight-flight constrained 2D route planning for unmanned air vehicle is conducted in this paper. To meet the request of straight-flight constraint, 2D flight route can be simplified as canonical route that consists of line and arc segment, and the definition of turning points (TPs) is given. Based on this definition, a new method for straight-flight constrained route planning is presented. Experiments shows that the obtained optimal route not only meets the request of minimal radius constraint, but also keeps air vehicle fly straight passing through turning points, facilitating matching navigation and flight photographing for air vehicle.

Key words: turning radius; turning points (TPs); route planning

1 引言

飞行器航迹规划的目的就是为飞行器寻找一条从起点到终点的优化飞行航迹. 在规划时, 需要综合考虑飞行器机动性能、飞行区域等对航迹所施加的约束, 如飞行器的转弯半径、地形高程、航空交通状况等等. 尤其当飞行器执行特定任务时, 还要考虑飞行任务对航迹的约束. 例如当飞行器需要执行航拍任务时, 为了使所拍摄的航片失真度最小, 飞行器在经过匹配区、航测区时必须保持平稳直飞状态, 称这种对航迹的限制为直飞限制.

在航迹规划中, 目前较常用的一种规划算法是 A^* 算法. 这种算法以搜索代价函数 $f(n) = g^*(n) + h(n)$ 为优化目标, 以 OPEN 表和 CLOSE 表为数据结构, 在满足可纳性前提下对状态空间进行全局最优搜索^[1].

采用 A^* 算法进行规划首先需要选择规划节点. 许多规划方法选择航迹上的特殊点作为规划节点^[2], 所得到的航迹往往由通过这些点的折线组成, 如图 1 所示, 其中 P_i 表示飞行器所经过的特定区域.

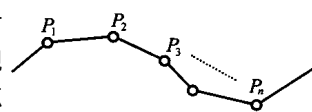


图1 不满足直飞限制的折线航迹

显然, 如果选择有直飞限制的特殊点为规划节点, 所得到的航迹可能不能满足直飞限制. 因此, 如何规划满足直飞限制的二维航迹就成为飞行器航迹规划应用中一个亟须解决的问题.

本文以 Dubins 理论^[3]为基础, 提出了相切点 (Tangential Points 缩写为 TPs) 的概念, 进而对基于 A^* 算法的二维航迹规划方法进行改进, 使其能够保证飞行器直飞通过所有相切点, 从而满足航拍、匹配导航等实际应用的需要.

2 带直飞限制的二维航迹

2.1 规则航迹与相切点

定义 1: 规则航迹为以直线段和圆弧段为基元组成的连续一阶可导的二维曲线航迹^[3,4].

假定飞行器以匀速 V 作平面运动, 对直线段航迹, 从起始状态 (x, y, ϕ) 经过时间 t 后的状态为

$$S_t(x, y, \phi) = (x + Vt \cos \phi, y + Vt \sin \phi, \phi) \quad (1)$$

记直线段航迹为 s .

对以匀速 V 、半径 R 逆时针转弯的圆弧航迹, 从起始状态 (x, y, ϕ) 经过时间 t 后的状态为

$$L_{l,R,v}(x,y,\phi) = (x + R(\sin(\phi + \frac{V}{R}t) - \sin\phi), y - R(\cos(\phi + \frac{V}{R}t) - \cos\phi), \phi + \frac{V}{R}t) \quad (2)$$

记逆时针转弯航迹段为 l 。

同理,沿顺时针转弯圆弧航迹段经过时间 t 后的状态为

$$R_{l,R,v}(x,y,\phi) = (x - R(\sin(\phi - \frac{V}{R}t) - \sin\phi), y + R(\cos(\phi - \frac{V}{R}t) - \cos\phi), \phi - \frac{V}{R}t) \quad (3)$$

记右转弯航迹段为 r 。

根据式(1)~(3),可以唯一表示规则航迹在任意时刻的状态。例如,一段从初始状态 $(0,0,0)$ 先后作时间 t 的直线运动、时间 u 的顺时针转弯运动(转弯半径为 R)、时间 w 的直线运动后的状态为:

$$S_w(R_{u,R,v}(S_t(0,0,0))) = (Vt + R\sin(\frac{V}{R}u) + V_w\cos(\frac{V}{R}u), -R(1 - \cos(\frac{V}{R}u)) - V_w\sin(\frac{V}{R}u), -\frac{V}{R}u) \quad (4)$$

定义 2:相切点是规则航迹上的航迹基元之间的切点,记为 TPs (Tangential Points)。根据定义,可以认为相切点是无限短的连接航迹基元的直线段。因此如果假定航迹为规则航迹,把有直飞限制要求的特殊点当作相切点,航迹的直飞限制问题就迎刃而解了。称这种特殊点为直飞相切点,记为 STPs (Straight-flight Tangential Points)。

相切点 TP 具有以下性质:

性质 1:若 $E = \{V, W\}$, 有 $TPs \subset V$ 。其中 E 为 $N \times N$ 的二维规划网格区域, V 为可飞区集合, W 为禁飞区集合。

性质 2:若对航迹 $w(t)$ 存在 t_0 , 使 $w(t_0) = TP_s$, 则有 $\phi(t_0^-) = \phi(t_0^+)$;

直飞相切点 STPs 具有以下性质:

性质 3:任意 STPs 点 P_0, P_1 之间的规则航迹 $w(t)$ 至多包括一个圆弧段航迹,其转弯弧度不大于 π , 其中 $t_0 = t_1, w(t_0) = P_0, w(t_1) = P_1$ 。

如图 2 所示,在 STPs 点之间的规则航迹由 $t - u - w$ 组成,其中 u 为圆弧航迹段, t, w 为直线段航迹。

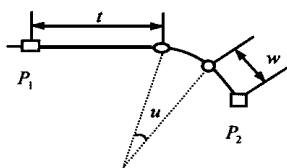


图 2 两个 STPs 点之间的规则航迹

推论 1:STPs 点之间的航迹长度是圆弧段航迹半径的递减函数。

推论 2:任意两个 STPs 点之间的最短规则航迹由至多一段直线段和至多一段圆弧段组成。记直线段与圆弧段之间的切点为辅助相切点 FTPs, 每两个 STPs 点之间的最短航迹上至多存在一个 FTPs。

推论 1、2 的证明见附录。

3 满足直飞限制的二维航迹规划方法

从功能上, A^* 算法可以分为两大模块:核心算法与应用接口。核心算法与具体应用对象无关^[1], 本文不复赘述; 应用接口主要包括当前节点的扩展和扩展节点的评价两部分。以

下主要就这两部分对满足直飞限制的二维航迹规划方法展开讨论。

3.1 规划节点

在航迹规划过程中, 规划匹配通常被均匀量化为 $N \times N$ 大小的二维网格图^[5], 其中每个网格被赋以不同属性值, 代表航迹经过该网格点的代价, 这种图又称为飞行代价图。

把分布在飞行代价图上需直飞通过的特殊点标记为直接相切点 STPs 并以 STPs 作为规划节点。规划节点表示包括 STPs 点坐标与该点的航迹方向。

3.2 当前节点的扩展

当 A^* 算法规划到节点 N 时, 需要根据 STPs 的性质以及航迹的最小转弯半径限制, 从规划图上寻找合适的后继 STPs 作为扩展节点。

合理的扩展方法应保留可能的优化规则航迹, 同时排除所有的非优航迹。

如图 3 所示, N_i 为当前规划节点, r_{\min} 为最小转弯半径, D 为扩展区域圆的最大半径。将阴影区域内的 STPs 的航迹进入方向以 ϕ 为单位进行量化, 每个 $(x_{TP_j}, y_{TP_j}, \phi_j)$ 状态都被扩展为扩展节点。

3.3.1 最佳规划航迹的计算

假设: 当前规划节点 = (TP_1, ϕ_1)

扩展节点 = (TP_2, ϕ_2)

以航迹最短为优化目标, 给出以下计算当前规划节点 n 和扩展节点之间的最佳规则航迹的方法。

(a) 将当前规划节点和扩展节点旋转平移变换到计算空间, 得到

$$TP_1 = (0, 0), \phi_1 = 0;$$

$$TP_2 = (x_1, y_1), \phi_2 = \phi_1$$

(b) 当 $y_1 = 0$ 时, 最短航迹为连接 TP_1 与 TP_2 的直线。当 $y_1 < 0$ 时, 最短航迹存在顺时针转弯圆弧段, 转弯半径为

$$R_s = \min(\frac{y_1 \cos \phi_1 - x_1 \sin \phi_1}{1 - \cos \phi_1}, \frac{-y_1}{1 - \cos \phi_1})$$

如果 $R_s = \frac{y_1 \cos \phi_1 - x_1 \sin \phi_1}{1 - \cos \phi_1}$, FTPs 为 $(R_s \sin(\frac{V}{R_s}u))$, $R_s(1 - \cos(\frac{V}{R_s}u))$ 。最佳航迹由连接 TP_1 与 FTPs, 转弯半径为 R_s 的圆弧段和连接 FTPs 与 TP_2 的直线段组成。

如果 $R_s = -y_1 / (1 - \cos \phi_1)$ 时, 辅助 TP 为 $(Vt, 0)$, 最佳航迹由连续 TP_1 与 FTPs 的直线段和连接 FTPs 与 TP_2 , 转弯半径为 R_s 的圆弧段组成。

同理可以计算当 $y_1 > 0$ 时的最佳航迹。如图 4 所示。

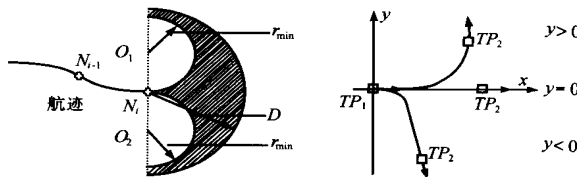


图 3 扩展节点区

图 4 计算规则航迹

(c) 将得到的最佳航迹反变换到规划空间。

(d) 去除 R_s 小于飞行器最小转弯半径的航迹。

将 STPs 点看作一段以 TP_s 点为中心的线段,如图 5 所示。以 TP_s 进入点和离开点作为航迹的左右相切点,可以保证航迹直飞过 TP_s 点。

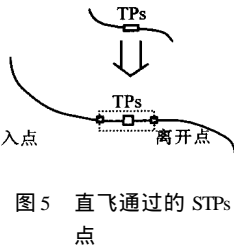


图 5 直飞通过的 STPs 点

3.3.2 当前航迹代价计算

如果以航迹最短为最优化目标,可以得到航迹代价表达式为

$$C = L \tag{5}$$

在其中, C 为航迹代价, L 为航迹长度。

3.3.3 预测代价计算

在航迹规划中,预测代价 $h(n)$ 一般取从当前节点 n 到目标点的欧氏直线距离的比例函数

$$h(n) = c_0 \sqrt{(x_n - x_t)^2 + (y_n - y_t)^2} \tag{6}$$

其中 (x_n, y_n) 为当前节点 n 的坐标, (x_t, y_t) 为目标点的坐标, c_0 为规划区域的平均代价。

当前航迹代价与预测代价之和即为每个扩展节点的代价。

4 实验结果

规划实验是在 25km × 25km 的区域内进行。该区域被量化为 256 × 256 大小的网格图。飞行器的最小转弯半径为 3km,飞行起点网格坐标为 (220, 219), 终点为 (76, 46), 飞行任务要求航迹最短,同时需要进行匹配导航。

本实验在一台主频为 300MHz 的 PC 机上进行,首先采用无直飞限制的航迹规划算法规划出一条不满足直飞限制的二维航迹,如图 6(a) 所示,该航迹长度为 23.7km,其规划时间为 54 秒。

用本文方法得到的航迹如图 6(b) 所示,航迹长度为 24.6km,规划时间为 65 秒。图 7(b) 中深色背景区域为自由飞行区,浅色区域为禁飞区,均匀分布的浅色小点为 STPs 点,白色小点为已被扩展的节点,航迹上的黑色圆点为航迹的直飞相切点 STPs,而浅色圆点为辅助相切点 FTPs;以箭头指示的白点为发射点,而圆圈的中心点为目标点。

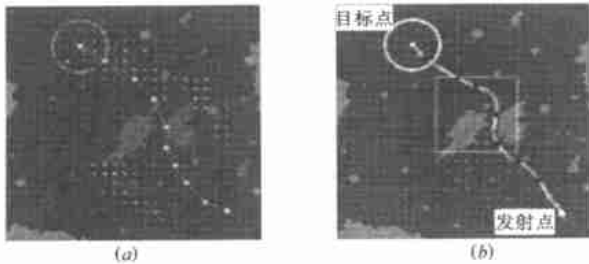


图 6 有/无直飞限制的二维航迹结果
(a) 无直飞限制, (b) 有直飞限制

图 7 中的白色扇形区域为 A^* 航迹规划时节点扩展时的扩展区域。

图 8 为放大的一段航迹,可以看到,本文算法在最优化和

规划速度上略逊于无直飞限制的规划方法,但保证了飞行器直飞通过 TP_s 点,这一点对飞行器执行匹配导航以及航拍等任务是非常重要的。



图 7 节点扩展图

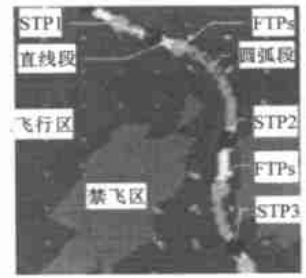


图 8 放大的航迹

5 结论

本文通过将飞行器航迹近似为由直线与圆弧组成的规则航迹,以规则航迹基元之间的相切点为规划节点,提出了一种带直飞限制的二维航迹规划方法,满足了为执行航拍等任务的飞行器规划航迹的需求。实验证明,本方法取得了成功。

参考文献

- [1] 傅京孙,蔡自兴,徐光. 人工智能及其应用,清华大学出版社,1987:44~55
- [2] Wang Bin. Human-Machine Interactive Route Planning Method for Large Searching Space. Journal of Data Acquisition and Processing, Dec. 1997, 12(4)
- [3] L. E. Dubins. On Curves of minimal length with a constraint on average curvature and with prescribed initial and terminal positions and tangents. Amer. J. Math, 1957, 79:497~516
- [4] J. A. Reeds, L. A. Shepp. Optimal Paths For A Car That Goes Both Forwards And Backwards. Pacific Journal of Mathematics. 1990, 145(2)
- [5] Mitchell J. S. B. and Papadimitriou, C. H. Planning shortest paths. Proceedings SIAM Conference on Geometric Modeling and Robotics. Albany, NY, 1985

附录 航迹切点之推论 1,2 的证明

证明:不失一般性,假设

$TP_1 = w(t_0) = (0, 0)$, $\phi(t_0) = 0$; $TP_2 = w(t_1) = (x_1, y_1)$, $\phi(t_1) = \phi_1$,假设从 TP_1 到 TP_2 之间存在一次顺时针转弯,由式(4)得:

$$\begin{cases} x_1 = Vt + R\sin(\frac{V}{R}u) + Vw\cos(\frac{V}{R}u) \\ y_1 = -R(1 - \cos(\frac{V}{R}u)) - Vw\sin(\frac{V}{R}u) \\ \phi_1 = -\frac{V}{R}u \end{cases} \tag{1}$$

分别求出

$$\begin{cases} u = -\phi_1 \frac{R}{V} \\ t = \frac{(x_1 \sin \phi_1 - y_1 \cos \phi_1 + R(1 - \cos \phi_1))}{V \sin \phi_1} \end{cases} \tag{2}$$

(下转第 68 页)

了数值模拟,图 11 给出了脊加载环板行波管的注-波相互作用效率,从中可以看出,其电子效率可达到百分之十几,其输出功率可达 10 千瓦左右,不失为一种具有较宽频带的高功率行波管,在国防电子装备中应占有一席之地。

5 结论

在环板结构基础上发展而来的脊加载环板慢波系统具有频带相对较宽(20%左右)、输出功率高、尺寸大、散热好等优点,但也有工作电压高、耦合困难等缺点。但由于其良好的散热性能和比耦合腔宽的工作频带,仍不失为一种有发展前途的大功率行波管。本文在这方面的努力,为脊加载环板行波管实际制管工作提供了一个理论基础。

参考文献

- [1] R. M. White, C. E. Enderby and C. K. Birdsall. Properties of ring-plane slow wave circuits. IEEE Trans on Electron Devices, June, 1964, ED-11 (6) :247 ~ 261
- [2] C. E. Enderby. Ring-plane traveling wave amplifier: 40kW at 9mm. IEEE Trans on Electron Devices, June, 1964, ED-11 (6) :262 ~ 266
- [3] 华一心,陆宗祚. 环板慢波结构的特性. 电子学报, 1989, 17(2) : 109 ~ 112
- [4] J. R. Pierce. Traveling-wave Tubes. Princeton, NJ :Van Nostrand, 1950
- [5] L. J. Chu and J. D. Jackson. Field theory of traveling wave tubes. Proc. IRE, 1948, 36 :853 ~ 863
- [6] H. P. Freund, M. A. Kódis and N. R. Vanderplaats. Self-consistent field theory of a helix traveling wave tube amplifier. IEEE Trans on Electron Devices, 1992, ED-20(5) :543 ~ 553
- [7] F. B. Hildebrand. Methods of applied mathematics, 2nd ed. , Englewood cliffs, New Jersey :Prentice-Hall, 1965
- [8] R. F. Harrington. Field computation by moment method. New York : Macmillan, 1968
- [9] 刘盛纲. 微波电子学导论. 北京:国防工业出版社, 1985
- [10] J. E. Rowe. Nonlinear electron-wave interaction phenomena. Acad press, 1965
- 宫玉彬 副教授, 博士. 1989 年毕业于长春光学精密机械学院激光器件与技术专业, 1992 年, 1998 年于电子科技大学电子物理与器件专业分别获硕士、博士学位, 1997 年至 1998 年, 在香港城市大学(City University of Hong Kong)学习进修. 长期从事微波器件和微波理论的研究工作, 先后参加了大功率梯形慢波系统、脊加载环板慢波系统、多电子注入波管的理论和实验研究、选模定向耦合器、电子回旋谐振腔高频系统等研究工作, 先后获部级科技进步奖两项, 发表论文 30 余篇.
- 王文祥 教授, 重点实验室电子科技大学分部主任, 电子科技大学高能电子学研究所副所长. 1963 年毕业于成都电讯工程学院电真空器件专业, 1986 年 10 月至 1988 年 11 月在美国马里兰大学进修. 30 多年来, 一直从事微波器件和微波技术的研究工作, 曾先后参加过 10cm 中噪声行波管, 3cm 前向波放大器、连续波磁控管等研究工作, 主持了 2450MHz 大功率微波传输系统、2cm 回旋管、自由电子激光泵源 TE13 模回旋管、宽带选模定向耦合器、新型宽带大功率行波管慢波系统等研究工作. 在国内外学术刊物上发表论文 70 余篇, 曾获 20 项省部级科技进步奖.

(上接第 89 页)

$$w = \frac{v_1 + R(1 - \cos \phi_1)}{V \sin \phi_1} \quad (2)$$

航迹段 TP1-TP2 的长度为

$$L = V(t + u + w) = L(V, R, x_1, y_1, \phi_1) \quad (3)$$

由 $u \geq 0$ 可得 $\phi_1 \geq 0$, 取 $-2 < \phi_1 \leq 0$, 当 (x_1, y_1, ϕ_1) 已知, V 为常数, 有 $\partial L / \partial R = -\phi_1 + 2 \operatorname{tg}(\phi_1 / 2)$, 可知

$$\begin{cases} \partial L / \partial R > 0, & -2 < \phi_1 < - \\ \partial L / \partial R \leq 0, & - < \phi_1 \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

因为航迹在每两个直接相切点上的转弯弧度满足 $- < \phi_1 \leq 0$, 所以航迹长度随转弯段航迹半径变大而变短. 推论 1 得证.

由(3)可知, $t \geq 0$ 可得

$$R \leq \frac{v_1 \cos \phi_1 - x_1 \sin \phi_1}{1 - \cos \phi_1}; w \geq 0 \text{ 可得}$$

$R \leq \frac{-v_1}{1 - \cos \phi_1}$. 因此从 TP1 到 TP2 的最短规则航迹的转弯段半径

$$R_s = \min\left(\frac{v_1 \cos \phi_1 - x_1 \sin \phi_1}{1 - \cos \phi_1}, \frac{-v_1}{1 - \cos \phi_1}\right)$$

航迹的最短长度为 $V(t + u)$ 或 $V(u + w)$.

进一步, 当 $R_s = \frac{v_1 \cos \phi_1 - x_1 \sin \phi_1}{1 - \cos \phi_1}$, 有 $t = 0$, $u = u(R_s)$,

$w = w(R_s)$, FTPs 为 $(R_s, \sin(\frac{V}{R_s}u))$, $R_s(1 - \cos(\frac{V}{R_s}u))$.

当 $R_s = \frac{-v_1}{1 - \cos \phi_1}$ 时, 有 $w = 0$, $u = u(R_s)$, $t = t(R_s)$, 可得

FTPs 为 $(Vt, 0)$.

推论 2 证毕.